

Tonarm beim Plattenspieler

Wer noch die guten alten Platten und daher auch wahrscheinlich noch einen Plattenspieler hat, dem ist vielleicht aufgefallen, dass der Tonarm im vorderen Bereich, also in der Nähe der Nadel, abgeknickt ist. Dies ist allerdings nur bei den herkömmlichen Geräten so, bei denen sich der Tonarm um eine feste Achse (hinten rechts) dreht. Bei den Plattenspielern, bei denen sich der ganze Tonarm verschiebt, ist dies nicht so. Warum ?

Was leisten die zuletzt beschriebenen Geräte, damit der Knick nicht nötig ist ? Sie sind so konstruiert, dass der Tonarm zu jedem Zeitpunkt entlang der Tangenten zur Rille der Platte verläuft. Dies ist für die Qualität des Tons von entscheidender Bedeutung. Um dies zu verstehen, sind ein paar Informationen sinnvoll.

Die sogenannte Plattennadel ist eigentlich keine Nadel, wie man sich eine solche gewöhnlich vorstellt. Es handelt sich also nicht einfach nur um eine feine Spitze, die in die Rille "eintaucht". In Wirklichkeit tastet die "Nadel" nicht den "Boden der Rille", sondern ihre beiden Seiten gleichzeitig ab. Das Ergebnis des Ab tastens links und rechts wird in Spannungsimpulse umgesetzt und für die Tonrekonstruktion ist es wichtig, dass die zueinander gehörenden Impulse auch möglichst gleichzeitig gebildet werden. Das ist exakt dann der Fall, wenn der Tonarm tangential zur Rille verläuft. In allen anderen Fällen tritt ein zeitlicher Unterschied zwischen der Registrierung der Spannungsimpulse auf und es kommt zu Verzerrungen im Ton.

Warum hat man dann eigentlich den herkömmlichen Plattenspieler gebaut ? Zwar kommt es bei diesem immer zu Verzerrungen, aber es handelt sich um den einfachsten Weg der Tonreproduktion, denn die Funktionsweise des alternativen Plattenspielers ist sehr kompliziert, da der Tonarm ganz exakt mit sich ändernder Geschwindigkeit entlang einer Schiene verschoben werden muss. Im herkömmlichen Spieler "läuft die Nadel einfach nur der Rille nach".

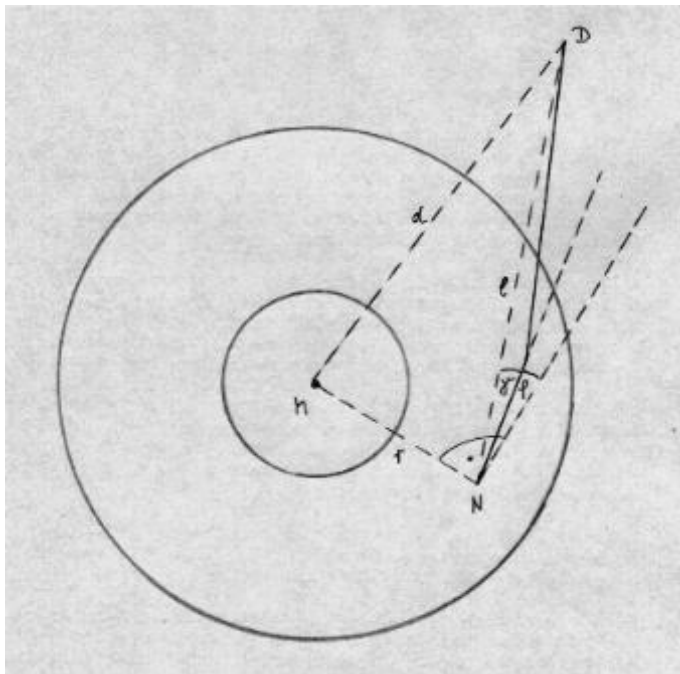
Jetzt kommt der "Trick mit dem Knick": Anstelle der komplizierten Tonarmmechanik hat der normale Spieler den erwähnten Knick. Dieser muss mit der Verzerrungen zu tun haben. Und tatsächlich entscheidet der Knick über den Grad der Verzerrung. An welcher Stelle der Tonarm eingeknickt ist, ist eigentlich unerheblich. Wichtig ist nur, dass erreicht wird, der tangentialen Lage möglichst nahe zu kommen. Es bleibt allerdings immer noch ein bestimmter Fehlerwinkel (ϕ), der sich während der Zeit, in der die Platte abgespielt wird, also abhängig von der Entfernung der Nadel vom Mittelpunkt (Strecke r), ändert.

Ziel ist es also, den Tonarm so zu konstruieren, dass der Fehlerwinkel im Mittel gering ist. Dies wird in der unten stehenden Bearbeitung verfolgt. Die nötigen Rechnungen liegen im Bereich der Differentialrechnung. Angebracht ist die Verwendung eines CAS. Hier wird die Bearbeitung der Problemstellung mit dem CAS Maple durchgeführt.

Bearbeitet wird das folgende Problem:

Wie muss der Tonarm bei vorgegebener Lage des Drehpunktes D und des Mittelpunktes M konstruiert werden, damit der Fehlerwinkel (ϕ) im Mittel möglichst klein ist ?

Einige grundlegende Daten: Eine Schallplatte hat einen Innenradius von 5,75 cm und einen Außenradius von 14.63 cm (nach DIN-45547). Ich habe an meinem Plattenspieler die Entfernung $d=18,5$ cm gemessen.



```
[> with(plots):
```

```
Über die Winkelsumme und den Cosinussatz erhält man sofort die Funktion für den Fehlerwinkel (hier f(r) !)
```

```
> d:=18.5:
```

```
> f:=(g,l,r)->-g+arcsin((r^2+l^2-d^2)/(2*r*l));
```

$$f = (g, l, r) \rightarrow -g + \arcsin\left(\frac{1}{2} \frac{r^2 + l^2 - d^2}{rl}\right)$$

Die Parameter g (entspricht Gamma) und l entscheiden über den Verlauf des Fehlerwinkels !

Man sucht zunächst den Bereich mit den kleinsten Schwankungen des Fehlerwinkels, um diesen dann später besser "unter Kontrolle" zu bekommen

```
> df:=diff(f(g,l,r),r):
```

```
> solve(df=0,r):
```

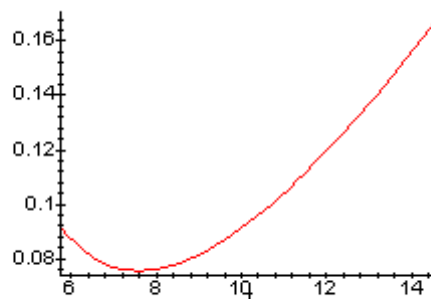
$$\frac{1}{2}\sqrt{-1369+4l^2}, -\frac{1}{2}\sqrt{-1369+4l^2}$$

Das Extremum liegt offensichtlich bei $\sqrt{l^2-d^2}$. Durch Variation der Parameter g und l kann man den Bereich um das Extremum verschieben. Dabei ist zu beachten, dass die Länge l zwischen Innenradius (Ri) - d und Innenradius +d liegen muss, damit r die Werte Ri und Ra (Außenradius) annehmen kann, d.h.h die ganze Platte abgespielt werden kann.

```
> Ri:=5.75: Ra:=14.63:
```

```
Nehmen wir l=20 und g=0.1 Pi.
```

```
> plot(f(0.1*Pi,20,r),r=Ri..Ra);
```



Man erkennt deutlich, dass der Fehlerwinkel immer gleiches Vorzeichen hat und dass die Fehler am Rand des Intervalls sehr unterschiedlich sind. Für einen "Fehlerausgleich" ist es sinnvoll, die Parameter so zu bestimmen, dass die Fehler bei Ri und Ra gleich sind und dass die Kurve um das Extremum herum im negativen Bereich verläuft, damit bei der Fehlermittlung der "Durchschnittsfehler" möglichst klein wird. Da der Parameter g nur eine vertikale Verschiebung verursacht, passen wir nun den Parameter l so an, dass an den Rändern gleiche Fehlerwinkel vorliegen.

```
> s:=solve(f(g,l,Ri)=f(g,l,Ra),l);
```

$$s = -20.64878931, 20.64878931$$

```
> l:=s[2]:
```

Nun suchen wir den Korrekturwinkel g, der den Knick bestimmt, so dass im Mittel der Fehler möglichst gering ist. Dafür ist es sinnvoll, dass der Absolutwert des Minimums gleich den untereinander gleichen Werten am Rand ist.

```
> g:=evalf(solve(f(g,l,Ri)=-f(g,l,sqrt(l^2-d^2)),g));
```

$$g = .4881805578$$

Dies ist der gesuchte Winkel in Bogenmaß. Im Winkelmaß lautet er:

```
> evalf(g/(2*Pi)*360);
```

$$27.97068559$$

Der optimale Verlauf liegt also vor, wenn der Korrekturwinkel etwa 28° beträgt und der Drehpunkt D vom Auflagepunkt N der Nadel die Entfernung 20,648... cm hat. Das stimmt sehr gut mit den realen Werten überein.

```
> plot(f(g, l, r), r=Ri..Ra);
```

