<u>Aufgabe 1</u>

Die Gesamtstrecke ist $\sqrt{(1+x)^2+1}+\sqrt{(1-x)^2+1}=\frac{1+x}{\sin(\alpha_1)}+\frac{1-x}{\sin(\alpha_2)}$.

Die Laufzeit beträgt dann $t=\frac{1}{v_1}\sqrt{(1+x)^2+1}+\frac{1}{v_2}\sqrt{(1-x)^2+1}$.

Als notwendige Bedingung für deren Minimierung ergibt sich

$$0=\frac{x+1}{v_1\sqrt{(1+x)^2+1}}+\frac{x-1}{v_2\sqrt{(1-x)^2+1}}=\frac{\sin(\alpha_1)}{v_1}-\frac{\sin(\alpha_2)}{v_2}\Leftrightarrow\frac{v_1}{v_2}=\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)}$$

<u>Aufgabe 2</u>

Die Neigungswinkel der drei Strecken ergeben sich zu

AB: $\pi+\theta-\alpha$

BC: $2\pi+\theta-3\alpha$

CE: $2\pi+2\theta-4\alpha$, d.h. $\varphi=2\theta-4\alpha$

<u>Aufgabe 3</u>

Es gilt $\sin(\alpha)=\frac{\sin(\theta)}{R}$, also $\varphi=f(\theta)=2\theta-4\arcsin\left(\frac{\sin(\theta)}{R}\right)$

<u>Aufgabe 4</u>

Das kleinstmöglich φ ergibt sich aus der notwendigen Bedingung für einen Extremwert, also aus

$$f'(\theta)=2-\frac{4}{\sqrt{a-\frac{\sin^2(\theta)}{R^2}}}\cdot\frac{\cos(\theta)}{R}=0\Leftrightarrow\theta=\arccos\left(\sqrt{\frac{R^2-1}{3}}\right)\approx 59{,}52°=\theta^*$$

Der zugehörige Funktionswert (Austrittswinkel) ist $\varphi^*=f(\theta^*)=-42{,}4°$

Zeichnet man den Graphen, so erkennt man, dass in der Umgebung der Extremstelle ein relativ breiter Bereich mit fast gleichen Austrittswinkeln vorliegt. Das rote Licht wird also in diesen Winkelbereich an den Himmel zurückgestrahlt, so dass ein roter Streifen hoher Intensität entsteht. Die Lichtstrahlen, die den Tropfen nicht in dem entsprechenden Eintrittswinkelbereich treffen, tragen nicht zu der Intensität bei.