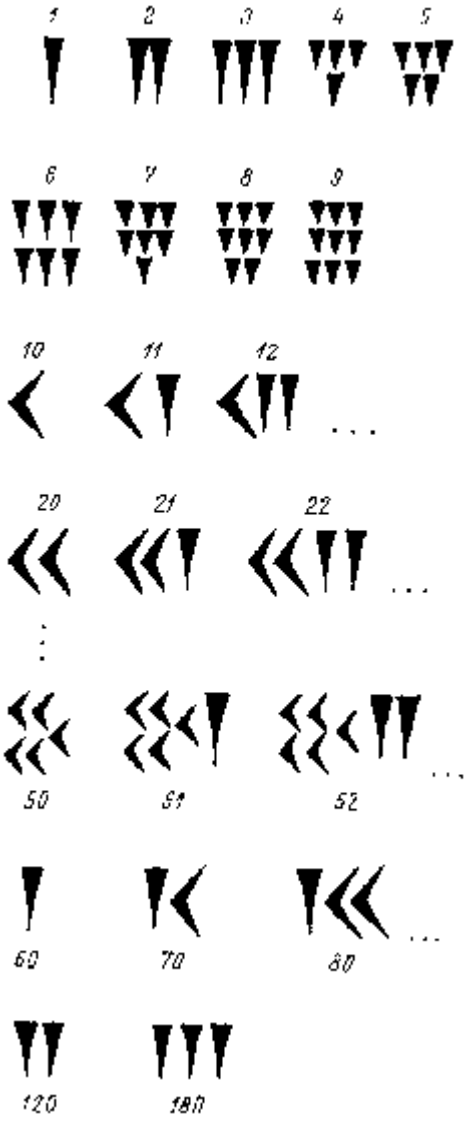
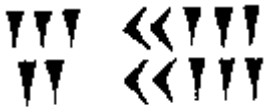
Eine Aufgabe zur Approximation der Wurzel aus 2 !

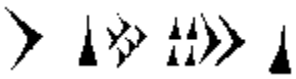
Schon vor Pythagoras lösten die Babylonier Aufgaben, die wir heute mit dem Satz des Pythagoras bearbeiten. Als eine ihrer Meisterleistungen gilt die Approximation der Wurzel aus 2 bis zur vierten Stelle hinter dem Komma. Um nachzuvollziehen, wie sie dies leisteten, ist es sinnvoll, ein wenig ihre Art des Umgangs mit mathematischen Fragestellungen zu beleuchten. Die Babylonier arbeiteten nicht geometrisch, wie später die Griechen, sondern hauptsächlich arithmetisch. Sie hatten bereits ein Stellenwertsystem entwickelt, das sich bis zu unserem Zehnersystem weiterentwickelte. Bei den Babyloniern handelt es sich jedoch um ein 60er-System, denn man findet Zahlenzeichen für die Zahlen 1 bis 9, 10, 20, 30, 40 und 50. Für die Zahl 60 wurde das Zeichen der 1 verwendet. (Vgl. rechte Tafel)



Um den Umgang mit dieser Zahlendarstellung zu begreifen, ein Beispiel: Die Zahl 346 ist in unserem System die Summe von 3 Hunderten, 4 Zehnern und 6 Einern. Bei den Babyloniern ist es die Summe von 5 60ern und 46 und wurde so dargestellt



Eine solche babylonische Zahlendarstellung fand man auch auf dieser Steintafel, die eindeutig ein Quadrat mit seinen Diagonalen erkennen lässt. Neben einer dieser Diagonalen findet man die babylonische Zahl



Übersetzt sind hier die Zahlen 1, 24, 51 und 10 aufgeschrieben. Man kann davon ausgehen, dass hiermit die Länge der Diagonale gemeint ist. Geht man weiterhin davon aus, dass es sich um ein Quadrat der Seitenlänge 1 handelt, so muss die Zahlendarstellung interpretiert werden, denn es gab bei den Babyloniern kein Komma. Die Diagonale muss aber (und das wussten sich auch die Babylonier) eine Zahl zwischen 1 und 2 sein, so dass nur diese Zahl gemeint sein kann:

$$1\ 60^{0} + 24\ 60^{-1} + 51\ 60^{-2} + 10\ 60^{-3} = 1{,}4142$$

Diese Zahl ist die Näherung der Quadratwurzel von 2 bis auf die vierte Stelle genau !

Wie haben die Babylonier das gemacht ? Wieso kamen sie überhaupt auf die Zahl 2, denn sie kannten nicht den Satz des Pythagoras ? Mussten sie wissen, was eine Wurzel ist, um diese so genau angeben zu können ?

Hinweis: Ihre Vorliebe für die Arithmetik spiegelt sich auch bei dieser Näherung wider. Da das Produkt einer Zahl a mit sich selbst gleich 2 sein soll, ist auch a=2/a und dies kann benutzt werden. Ihre Vorliebe für die Arithmetik zeigt sich außerdem in der Verwendung des "arithmetischen Mittels". Mit diesen Hinweisen sollte es möglich sein, den Gedankengang der Babylonier nachzuvollziehen.