Themen und Gegenstände in der Jgst. 11

Koordinatengeometrie	• Gerade, Parabel, Kreis • Kreistangente, Parabeltangente • Lineare Gleichungssysteme zur Bestimmung von Geraden und Parabeln	Anwendung: Scheinwerfer, Parabolantennen, Optimierungsprobleme, Schnittprobleme zwischen Geraden und Parabeln bzw . Kreisen. Modellierung: Verkehr (Bremswege, Ampelschaltungen) Approximation von Kettenlinien durch ganzrationale Funktionen unterschiedlichen Grades (Seilbahnen, Feilandleitungen) Brückenkonstruktionen Wiederholung wichtiger Themen: Scheitelpunktbestimmungen, Behandlung linearer Gleichungssysteme, Koordinatensystem, Geradengleichungen, Lösen quadratischer Gleichungen, Rechnen mit Quadratwurzeln, Anwendungen der Satzgruppe des Pythagoras und der Strahlensätze, trigonometrische Funktionen.
Beschreibende Statistik	• Erfassen, Darstellen und Aufbereiten statistischer Daten • Statistische Kenngrößen (Mittelwerte, Streuungsmaße) • Interpretieren und bewerten von Kenngrößen • Ausgleichsgerade, Regression, Korrelation	Geeignet zur Durchführung kleinerer Projekte aus dem Umfeld der Schule. Einsatz des Computers erleichtert und beschleunigt Verarbeitung von Daten.
Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen	• Mittlere Änderungsrate, durchschnittliche Steigung, Sekante, Differenzenquotient • Momentane Änderungsrate, lokale Steigung, Tangente, Grenzprozess des Differenzenquotienten • Ableitung und Ableitungsfunktion, Tangentengleichung • Ableitungsregeln für ganzrationale Funktionen • Untersuchung ganzrationaler Funktionen bzgl. Nullstellen, Symmetrie, Steigungsverhalten, Hoch-Tiefpunkte, Krümmungsverhalten/Wendepunkte.	Grundgedanke: Untersuchen und Berechnen von Änderungen und von Steigungen Hilfsmittel: Tabellenkalkulation und Funktionenplotter

Themen und Gegenstände in der Jgst. 12 und 13

<table>
<tr>
<td><u>Analysis</u></td>
<td>
<u>Grundkurs:</u>
Fortführung der Differentialrechnung

Bestimmung ganzrationaler Funktionen in Sachzusammenhängen
Untersuchung weiterer Funktionenklassen, benötigte Ableitungsregeln
Extremwertprobleme

Integralrechnung

Produktsummen, Untersuchung von Wirkungen
Stammfunktionen, bestimmtes Integral, Eigenschaften bestimmter Integrale
Integralfunktion, Hauptsatz (mit anschaulichem Stetigkeitsbegriff)
Flächenberechnung durch Integration
Ein Verfahren zur numerischen Integration

<u>Leistungskurs:</u>
Fortführung der Differentialrechnung

Bestimmung ganzrationaler Funktionen in Sachzusammenhängen
Ableitungsregeln (Produkt-, Quotienten-, Kettenregel, Ableitung der Umkehrfunktion)
Untersuchung von Exponentialfunktionen und weiteren Funktionenklassen
Untersuchung von Funktionenscharen
Extremwertprobleme

Integralrechnung

Produktsummen, Untersuchung von Wirkungen
Stammfunktion, Integrierbarkeit, bestimmtes Integral, Eigenschaften best. Integrale
Integralfunktion, Hauptsatz
Zusammenhang Integrierbarkeit-Stetigkeit-Differenzierbarkeit
Beziehungen zwischen Ableitungs-und Integrationsregeln
Flächenberechnung durch Integration
Ein Verfahren zur numerischen Integration
Uneigentliche Integrale

</td>
<td>
Modellierung: ganzrationale Funktionen, weitere Funktionenklassen: trigonometrische Funktionen und Exponentialfunktionen
<u>Keine</u> Untersuchung von Funktionen als Routineverfahren.
Einsatz von Rechner zur numerischen Berechnung von Integralen
<u>Im Gk:</u>
kein komplexes Zahlenmaterial und keine komplizierten Terme,
anstelle von Beweisen:
(Wachstumsvergleich von Exponentialfunktionen und ganzrationalen Funktionen, Beschreibung spezieller Wachstumsmodelle, Vergleich einer Wertetabelle für Sekantensteigungen der Sinusfunktion mit einer Wertetabelle der Kosinusfunktion)
<u>Im LK:</u>
Komplexere Anwendungsprobleme,
Entwicklung einer präzisen Fachsprache,
Betrachtung von Grenzwerten bei:
Präzisierung des Steigungsbegriffs,
Integralbegriff, uneigentlichen Integralen.
Grenzwertbegriff so vertiefen, dass formaler Beweis möglich ist.
Grenzwertbegriff kann auch bei der Untersuchung eines Spezialthemas (Iteration, chaotisches Verhalten)präzisiert werden.
</td>
</tr>
</table>

Lineare Algebra/Geometrie	**Grundkurs:** Lineare Gleichungssysteme und vektorielle Geometrie • Lineare Gleichungssysteme für $n > 2$, Matrix-Vektor-Schreibweise. Systematische Lösungsverfahren von lin. Gleichungssystemen, Lösung unterbestimmter lin. Gleichungssysteme • Rechnen mit Vektoren, Parameterformen von Geraden und Ebenengleichungen, Koordinatenform von Ebenengleichungen, Lagebeziehung von Geraden und Ebenen • Standard-Skalarprodukt mit den Anwendungen Orthogonalität, Winkel und Länge von Vektoren Matrizen (Alternative 1) • Abbildungsmatrizen; schräge Parallelprojektion • Matrizenmultiplikation als Abbildungsverkettung Matrizen (Alternative 2) • Übergangsmatrizen, Materialverflechtung oder stochastische Matrizen • Matrizenmultiplikation als Verkettung von Übergängen **Leistungskurs:** Lineare Gleichungssysteme und vektorielle Geometrie • Lineare Gleichungssysteme für $n > 2$, Matrix-Vektor-Schreibweise. Systematische Lösungsverfahren von lin. Gleichungssystemen, Lösung unterbestimmter lin. Gleichungssysteme • Rechnen mit Vektoren Lineare Abhängigkeit, Basis Dimension, Erzeugendensysteme, Parameterformen von Geraden und Ebenengleichungen • Standard-Skalarprodukt mit den Anwendungen Orthogonalität, Winkel und Länge von Vektoren • Normalenformen von Ebenengleichungen, Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen, Schnittwinkel von Geraden und Ebenen, Abstandsprobleme	Beschränkung auf die Koordinatengeometrie wird aufgehoben Modellierung: Anwendung der Matrizenrechnung in Sachzusammenhängen Themen für das Lernen in Kontexten: • Platonische/archimedische Körper und Kristallformen, • Geschichtliche und philosophische Bedeutung der platonischen Körper, • Perspektive in Kunst und Architektur. • Unmögliche Figuren (Escher-Graphiken), iterierte Funktionssysteme zur Erzeugung von Fraktalen, • Stereogramme **Im Gk:** Geometrische Anschauung von bes. Bedeutung und nicht schematische Aneignung von Verfahren der Vektorgeometrie. Darstellung von dreidim. Objekten durch schräge Parallelprojektion (Kavalierprojektion oder Militärprojektion) bei Alternative 1, sonst intuitive Behandlung von Schrägbildern bei der Vektorrechnung. **Im Lk:** Vektorprodukt kann als zweite Vektorverknüpfung eingeführt werden. Darstellung von dreidim. Objekten durch schräge oder senkrechte Parallel-projektionen. Eigenwerte von Matrizen und ihre geometrische Deutung als

Lineare Algebra/Geometrie	Matrizen (Alternative 1) • Abbildungsmatrizen, Parallelprojektionen • Matrizenmultiplikation als Abbildungsverkettung, inverse Matrizen und Abbildungen • Gruppenstruktur bzgl. der Matrizenmultiplikation • Eigenwertptobleme Matrizen (Alternative 2) • Übergangsmatrizen, stochastische Matrizen • Matrizenmultiplikation als Verkettung von Übergängen • Gruppenstruktur bzgl. der Matrizenmultiplikation • Fixvektoren, stationäre Verteilung.	Achsenstreckungen. m. Hilfe von Eigenwerten können in einfachen Fällen Abbildungen (Spiegelungen, Drehungen, Projektionen) aus ihrer Matrixdarstellung identifiziert werden. Übergangsmatrizen zur Modellierung von Wirtschaftsproblemen oder zur Simulation biologischer Fragestellungen

<table>
<tr>
<td><u>ochastik</u></td>
<td>
<u>Grundkurs:</u>
Wahrscheinlichkeitsrechnung

Wahrscheinlichkeit
Bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit
Zufallsgröße, Wahrscheinlichkeitsverteilung, Erwartungswert, Standardabweichung
Binomialverteilung

Beurteilende Statistik (Alternative 1)

Testen von Hypothesen

Beurteilende Statistik (Alternative 2)

Schätzen von Parametern für binomialverteilte Zufallsgrößen

<u>Leistungskurs:</u>
Wahrscheinlichkeitsrechnung

Wahrscheinlichkeit
Bedingte Wahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit, Satz von Bayes
Zufallsgröße, Wahrscheinlichkeitsverteilung, Erwartungswert, Standardabweichung
Binomialverteilung
Normalverteilung, Formeln von de Moivre-Laplace.

Beurteilende Statistik

Testen von Hypothesen
Schätzen von Parametern

Verknüpfung der Stochastik mit Analysis oder Linearer Algebra

Verknüpfung der Stochastik mit der Analysis über stetige Zufallsgrößen oder mit der linearen Algebra über stochastische Matrizen/ Markovketten

</td>
<td>
Modellbildung: Bearbeitung realer Probleme

Stochastik ist nicht als Zahlenkalkül zu betrachten

<u>Im Gk:</u>
Praktische Art der Beschäftigung mit stochastischen Fragestellungen, Alltagssituationen aus dem Erfahrungsbereich der Schülerinnen und Schüler sollen aufgegriffen werden.

<u>Im Lk:</u>
Intensive Behandlung der Binomialverteilung. (Approximation der hypergeometrischen Verteilung, Verwendung der Normalverteilung bei großem Stichprobenumfang, ev. Poissonverteilung)
Fehlerbetrachtungen und Bewertung von Ergebnissen unter Berücksichtigung der jeweils gewählten Methode sind wichtig.
</td>
</tr>
</table>

Aufgabenbeispiele Mathematik aus anderen Bundesländern

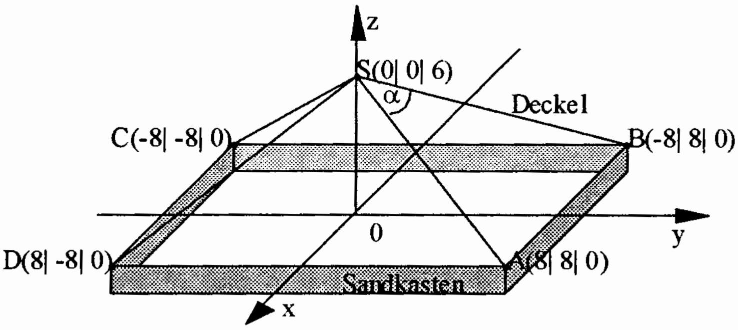
- Baden-Württemberg
- Hamburg

3 ausgesuchte Aufgabenbeispiele aus BW zum Thema Analytische Geometrie
(Quelle: über www.abiturloesungen.de;
oder direkt: http://www.osz-havelland.de/pruefung.htm)

1. GK BW 1993

Analytische Geometrie II.3.

Ein Sandkasten, dessen obere Kanten das Quadrat ABCD bilden, soll einen Holzdeckel von der Form einer senkrechten Pyramide mit der Spitze S erhalten. (siehe Skizze; Maße in Dezimeter)



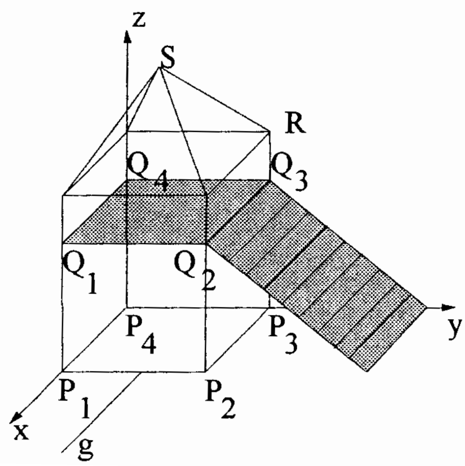
a) Zuerst werden die Seitenflächen des Deckels ausgesägt.
Berechnen Sie dazu die Länge der Pyramidenkante AS und den Winkel α zwischen AS und BS. Für die Montage muß man den (stumpfen) Winkel ß zwischen zwei benachbarten Seitenflächen kennen. Berechnen Sie ß.
Wieviel Quadratmeter Holz benötigt man zum Bau des Deckels, wenn man vom Verschnitt absieht?

b) Der Sandkasten ist mit Sand gefüllt, der eingeebnet genau bis zur Fläche ABCD reicht. Ein Ball mit dem Radius 2,5 dm liegt mitten auf dieser Sandfläche. Zeigen Sie, dass der Ball beim Aufsetzen des Deckels auf den Sandkasten nicht zusammengedrückt wird.
Ein anderer Ball hat den Radius r und liegt ebenfalls mitten auf der Sandfläche. Bestimmen Sie eine Kugelgleichung für diesen Ball.
Wie groß darf der Radius des Balles höchstens sein, wenn der Ball beim Aufsetzen des Deckels weder verformt noch in den Sand gedrückt werden soll?

c) Zum Anheben des Deckels wird auf den Seitenkanten AS bzw. CS in gleicher Höhe je ein Haltegriff angebracht. Der Befestigungspunkt H_1 des ersten Griffs soll vom Befestigungspunkt H_2 des zweiten Griffs einen Abstand von 4 dm haben. Berechnen Sie die Koordinaten von H_1 und H_2.

2. GK BW 1994

Auf einem Kinderspielplatz steht ein Stangengerüst als Kletterturm. Es besteht aus einem Würfel $P_1P_2P_3P_4Q_1Q_2Q_3Q_4$ der Kantenlänge 3 m. Die Deckfläche $Q_1Q_2Q_3Q_4$ ist aus einer massiven Holzplatte; ihr ist ein 1 m hohes Quadergerüst aufgesetzt. Die Dachkanten bilden eine 2 m hohe symmetrische Pyramide. Von der Kante Q_2Q_3 führt eine 3 m breite und 5 m lange rechteckige Rutschfläche zum Boden. Drei Kanten des Gerüsts liegen auf den Koordinatenachsen; der Boden liegt in der horizontalen xy - Ebene. (siehe Skizze)



a) Das Dach soll gedeckt werden. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dachs.
Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E, in der die Rutschfläche liegt.
Bestimmen Sie den Winkel zwischen der Deckfläche $Q_1Q_2Q_3Q_4$ und der Rutschfläche.

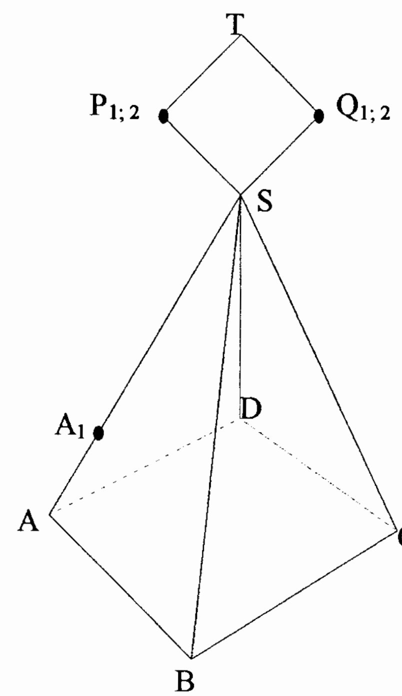
b) Vertikal über dem Mittelpunkt der Rutschfläche soll eine Lampe angebracht werden; sie soll 2,50 m über dem Mittelpunkt hängen. Bestimmen Sie die Koordinaten der punktförmig gedachten Lichtquelle.
Aus Sicherheitsgründen muß die Lampe einen Mindestabstand von 1,80 m zur Rutschfläche haben. Untersuchen Sie durch Rechnung, ob diese Vorschrift hier eingehalten ist.

c) Eine geradlinige Markierung g auf dem Boden verläuft parallel zur x - Achse; sie beginnt in der Mitte der Kante P_1P_2. (siehe Skizze) Auf dieser Markierung steht ein Kind 3 m vor der Seitenfläche $P_1P_2Q_1Q_2$. Kann es von dort aus die Dachecke R sehen, wenn seine Augenhöhe 1 m beträgt?
Wie groß muß der Abstand des Kindes auf der Markierung g von der Seitenfläche $P_1P_2Q_1Q_2$ sein, damit das Kind den Punkt R gerade noch sieht?

3. LK BW 1990

Analytische Geometrie 1990 II

2. Ein Signalmast steht auf der horizontalen x - y - Ebene. Er hat die Form einer senkrechten quadratischen Pyramide mit einem aufgesetzten verspiegelten Signalquadrat, das um seine vertikale Diagonale ST gedreht werden kann. Dieser Mast steht in einem schrägen Hang, dessen Oberfläche die Ebene ist, die durch B, C und A_1 geht. (siehe Skizze) Ein Teil der Pyramide befindet sich also unter der Hangoberfläche. Gegeben sind die Punkte A (6| 0| 0), B (8| 4| 0), C(4| 6| 0) D(2| 2| 0), S (5| 3| 10), T(5| 3| 15), A_1 (5,8| 0,6| 2).



2.1. Bestimmen Sie den Neigungswinkel des Hanges gegenüber der Horizontalebene. In welchem Punkt D_1 tritt die Pyramidenkante DS aus der Hangoberfläche aus?

2.2. Die Hangoberfläche schneidet den Signalmast in einem Trapez. Berechnen Sie den Inhalt dieses Trapezes.

2.3. Die Lage des Signalquadrats ist festgelegt durch P_1 (3,5| 5| 12,5). Es reflektiert parallel einfallendes Sonnenlicht auf eine in der y- z- Ebene stehende Wand. Dabei wird der Mittelpunkt M des Signalquadrats auf den Punkt M ' (0| 8| 5) auf der Wand abgebildet. Auf der Wand leuchtet das Viereck P_1' S' Q_1' T ' als Bild des Signalquadrats auf. Berechnen Sie die Koordinaten von S' und von P_1'.

2.4 Bei einem böigen Wind, dessen Richtung durch den Vektor $\vec{w} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ festgelegt ist, wird das Signalquadrat aus Sicherheitsgründen so gedreht, dass es parallel zur Windrichtung ist. Berechnen Sie für diese Lage die Koordinaten der Eckpunkte P_2 und Q_2 und zeichnen Sie ein Schrägbild des Quadrats P_2SQ_2T in das vorhandene Achsenkreuz ein.

Aufgabe 4: Flusstal **Gy, GS**

Funktionsuntersuchung in einem Anwendungsbezug, Flächenberechnung durch Integration, Extremalproblem, Tangentenbestimmung

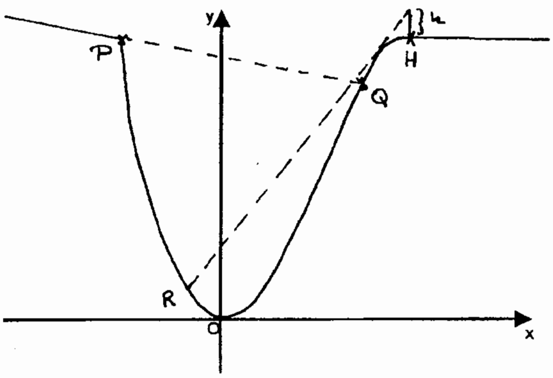
Die Aufgabe entspricht mit kleinen Veränderungen der Abituraufgabe GK 1998/1 aus Baden-Württemberg.

Aufgabenstellung

Ein Flusstal soll mit Hilfe einer Funktion f beschrieben werden. Dazu wird ein erster, vereinfachender Ansatz gemacht:

$$f(x) = -\frac{1}{8}x^3 + \frac{3}{4}x^2,\ x \in \mathbb{R}.$$

Zwischen dem Hochpunkt H des Graphen von f und dem Punkt $P(-2|f(-2))$ wird das Flusstal durch den Graphen von f auch ganz zufrieden stellend beschrieben. Des Weiteren verläuft das Profil des angrenzenden Geländes von H aus horizontal (nach rechts) und von P aus in Richtung der Geraden durch P und dem Punkt $Q(3\,|f(3))$. Die nebenstehende Skizze dient nur der Orientierung und ist nicht maßstabsgetreu.



a) a1) Untersuchen Sie den Graphen der Funktion f auf gemeinsame Punkte mit den Koordinatenachsen sowie auf Hoch-, Tief- und Wendepunkte (unabhängig vom Kontext der Aufgabe).

a2) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden durch P und Q.

a3) Zeichnen Sie das Profil des Tales mit dem angrenzenden Gelände in ein Koordinatensystem ein.

b) Bei einem starken Hochwasser stieg das Wasser bis zum Punkt H. Berechnen Sie den Inhalt der Querschnittsfläche des dann mit Wasser gefüllten Tales.

c) Von H soll eine unterirdische, gerade Leitung ausgehen und im Punkt $B(u\,|f(u))$ mit $0 < u < 4$ ins Tal münden.
Bestimmen Sie B so, dass die Leitung möglichst steil verläuft.

d) Bei Trockenheit ist der Wasserspiegel bis zum Punkt $R(-1\,|f(-1))$ abgesunken.
Ab welcher Höhe h über dem Hochpunkt H ist dieser Punkt zu sehen?

Aufgabe 8: Unwetter — Gy, GS

Beschreibung von Funktionseigenschaften im Modellierungskontext, Grundvorstellung „Durchschnitt-Berechnung“ beim Integral.

Aufgabenstellung

Nachdem am Abend des 1. August 2002 bis zu 65 Liter Regen pro Quadratmeter auf Hamburg niederprasselten, stand im „Hamburger Abendblatt“ (3./4.08.2002) ein Artikel, der eine Erklärung dieser „Sintflut“ gab:

„Die sehr warme Luft der vergangenen Tage hat große Mengen Wasser gespeichert. Wasser ist immer in der Luft enthalten, in Form von Wasserdampf. Dieser gelangt in die Atmosphäre, wenn durch Sonneneinstrahlung ein Teil des Wassers aus Ozeanen, Seen und Flüssen verdunstet. Wenn die wassergesättigte Luft plötzlich abkühlt, ist ihre Speicherfähigkeit überfordert. Es regnet. Wie stark, hängt davon ab, um wie viel Grad die Temperatur gesunken ist (s. Tabelle).“

Maximaler Feuchtigkeitsgehalt der Luft in Abhängigkeit von der Temperatur

Lufttemperatur in °C	*max. Feuchtegehalt in g/m³*
30	30,30
28	27,20
26	24,40
24	21,80
22	19,80
20	17,30
18	15,40
16	13,70
14	12,10
12	10,70
10	9,40
8	8,27
6	7,28
4	6,40
2	5,59
0	4,84
–2	4,14
–4	3,53
–6	3,02
–8	2,53
–10	2,15

a) Würde man alle Wertepaare der Tabelle in ein Koordinatensystem als Punkte einzeichnen (Temperatur als x-Koordinate) und die Punkte verbinden, erhielte man den Graphen einer Funktion.
Beschreiben und begründen Sie, welche Eigenschaften (Achsenschnittpunkte, Monotonie, Randverhalten) diese Funktion hat (im gegebenen Intervall $[-10,30]$ und auch für $x < -10$ und $x > 30$).

b) Um ein wenig mit dieser Funktion aus a) arbeiten zu können, wurde eine Näherung berechnet, die aber nur für den Definitionsbereich der Tabelle, also $[-10,30]$ gilt. Sie lautet

$$f(x) = 0{,}0003\,x^3 + 0{,}009\,x^2 + 0{,}34\,x + 4{,}84.$$

b1) Bei welchen in der gegebenen Tabelle benachbarten Temperaturwerten nimmt der maximale Feuchtegehalt der Luft besonders stark zu?
Interpretieren Sie Ihr Ergebnis in Hinblick auf den geschilderten Kontext: Gibt es Temperaturbereiche, in denen es eher zu sintflutartigen Regenfällen kommen kann als in anderen?

b2) Wie groß ist im Durchschnitt der maximale Feuchtegehalt der Luft im Bereich der Temperaturen von –10° bis 30°?

b3) Berechnen Sie das Integral $\frac{1}{40}\cdot\int_{-10}^{30} f(x)\,dx$.

Interpretieren Sie $\frac{1}{40°C}\cdot\int_{-10}^{30} f(x)\,dx$ im Kontext der Aufgabe.

Aufgabe 5: Energieverbrauch **Gy, GS**

Untersuchung von Wachstum beschreibenden Funktionen mit Anwendung auf den Energieverbrauch eines Landes.

Die Aufgabe entspricht inhaltlich der Abituraufgabe LK 2001/2 aus Baden-Württemberg.

Aufgabenstellung

Gegeben sind die Funktionen f und g durch

$$f(x)=\frac{2}{1+e^{x}} \quad \text{und} \quad g(x)=\frac{2}{1+e^{1-x}}\ , \quad \text{jeweils } x\in\mathbb{R}.$$

a) Betrachten Sie zunächst die Funktion f.
Ermitteln Sie die Asymptoten und den Wendepunkt des Graphen von f.
Untersuchen Sie das Monotonieverhalten und geben sie den Wertebereich von f an.
Zeichnen Sie den Graphen von f samt Asymptoten.

b) Zeigen Sie, dass der Graph von g aus dem Graphen von f durch Spiegelung an der Geraden $x=\frac{1}{2}$ entsteht.
Fügen Sie eine Skizze des Graphen von g in Ihr Koordinatensystem aus Teilaufgabe a) ein.
Bestimmen Sie den Wertebereich und das Monotonieverhalten von g sowie den Wendepunkt des Graphen von g.

c) Weisen Sie nach, dass die Funktion g die Differentialgleichung

$$g'(x)=\tfrac{1}{2}g(x)\cdot[2-g(x)] \quad \text{erfüllt.}$$

Welche Form von Wachstum wird demzufolge von g beschrieben?
Geben Sie charakteristische Eigenschaften dieser Wachstumsform an.

d) Untersuchungen haben ergeben, dass die momentane Änderungsrate des Energieverbrauchs (in 10^8kWh/Jahr) eines Landes seit 1990 in guter Näherung durch $g(x)$ mit $x\geq 0$ (x in Jahren ab Anfang 1990) beschrieben werden kann.
Zu welchem Zeitpunkt erreicht diese momentane Änderungsrate 98 % ihres Sättigungswertes?
In welchem Jahr verlangsamt sich erstmals die Zunahme der momentanen Änderungsrate des Energieverbrauchs?
Berechnen Sie den gesamten Energieverbrauch im Zeitraum von Anfang 1990 bis Ende 2000.

LA/AG 2

II.2 Lichtkunst

Das neueste Werk eines jungen Künstlers besteht aus einer Skulptur und zwei starren Stromschienen, die von einer Wand (x_1-x_3-Ebene) zur anderen Wand (x_2-x_3-Ebene) verlaufen. Auf diesen Schienen können Lampen bewegt werden, um die Skulptur zu beleuchten. Da die Schienen nur einen Durchmesser von 4cm haben, soll diese Ausdehnung in den Rechnungen vernachlässigt werden. Die Schienen werden also als Teile von Geraden angesehen. Die beiden Stromschienen sind an den Wänden befestigt und verbinden die Punkte $P_1(\,10 \mid 0 \mid 3\,)$ und $Q_1(\,0 \mid 6 \mid 6\,)$ bzw. $P_2(\,8 \mid 0 \mid 5\,)$ und $Q_2(\,0 \mid 8 \mid 4\,)$.

1 Längeneinheit entspricht 1 m.

a) Bestimmen Sie die Gleichungen der Geraden g_1 und g_2, die den Verlauf der Stromschienen beschreiben und zeichnen Sie die Stromschienen in das beigefügte Koordinatensystem ein.

b) Zeigen Sie, dass sichergestellt ist, dass die Stromschienen sich nicht berühren.

c) In den Punkten $L_1(\,5 \mid 3 \mid 4{,}5\,)$ und $L_2(\,2 \mid 6 \mid 4{,}25\,)$ befinden sich Lampen, die als punktförmige Lichtquellen betrachtet werden können.
Weisen Sie nach, dass L_1 auf g_1 liegt und L_2 auf g_2, und bestimmen Sie den Abstand der beiden Lampen voneinander.
Zeichnen Sie die Lampenpunkte in das beigefügte Koordinatensystem ein.

d) Der höchste Punkt der Skulptur sei $S\,(\,2 \mid 4 \mid 2{,}25\,)$. Der Künstler möchte, dass der Schatten dieser Skulpturenspitze noch auf den Fußboden des Raumes (x_1-x_2-Ebene) und nicht auf eine Wand fällt. Zeigen Sie, dass unter dieser Bedingung nur eine der beiden Lampen eingeschaltet werden darf. Bestimmen Sie den Schattenpunkt R auf dem Fußboden des Raumes und zeichnen Sie R und S in das beigefügte Koordinatensystem ein.

e) An die Stromschienen sollen neue Lampen angebracht werden, die von der Schiene 0,2 m senkrecht herunterhängen. Beurteilen Sie, ob dies möglich ist, ohne dass dadurch die freie Beweglichkeit der Lampen auf der gesamten oberen Schiene durch die untere Schiene eingeschränkt wird.

Hinweis: Skizzieren Sie die senkrechte Projektion der Schienen auf die x_1-x_2-Ebene und betrachten Sie den Höhenunterschied der Schienen über dem Schnittpunkt der Projektionsgeraden.